**Шәһәр күлэмендэ математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган**

**олимпиаданың мәктәп этабы җаваплары**

**2018-2019 нчы уку елы**

**8 нче сыйныф**

1. Һәркайсы 5 тән зуррак булган n гади санның квадратлары суммасы 6 га бүленә. n ның 6 га бүленгәнен исбатлагыз.

Чишү. Әгәр берничә санның суммасы 6 га бүленә икән, аларның 6 га бүлүдән чыккан калдыклары суммасы да 6 га бүленәчәк. Биштән зуррак гади санның 6 га бүлүдән чыккан калдыгы 1 яки 5 кенә була ала (башкача ул 2 яисә 3 кә бүленер иде). Димәк, 5 тән зуррак булган теләсә нинди гади санның квадратын 6 га бүлгәндә калдык 1 була. Бу калдыклар суммасы n саннары санына тигез, димәк n да 6 га бүленә.

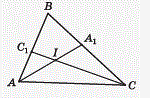
2. Фәрит һәм Вәли тирда 5 әр тапкыр атканнар. Беренче 3 атуда аларның очколар саны тигез булган, ә соңгы өч атуда Фәрит Вәлигә караганда өч тапкыр артыграк очко җыйган. Мәрәйдә (мишень) 10, 9, 9, 8, 8, 5, 4, 4, 3, 2 очколарда тишекләр пәйда булган. Малайларның һәркайсы өченче атуда ничәгә тидергән? Җавапның барлык мөмкин вариантларын китерегез һәм башка вариантлар юк икәнен исбатлагыз.

Җавап. Фәрит өченче атуда 10 га, ә Вәли 2 очкога тидергән.

Чишү. Соңгы өч атуда Вәли иң күбе 9 очко җыя алган (башкача Фәрит соңгы өч атуда 30 дан күбрәк очко җыярга тиеш иде). Вәли 9 очкодан кимрәк тә җыя алмый, чөнки өч атудагы очколарның иң кечкенә суммасы 2+3+4=9. Димәк Вәли 2, 3, 4 очкога, ә Фәрит 10, 9, 8 очкога тидергән (өч атуда 27 очко җыя торган башка вариантлар юк). Димәк, беренче ике атуда малайлар 9, 8, 5 һәм 4 очко җыйганнар. Бу вакытта Фәрит иң азы 8, ә Вәли иң күбе 4 очкога тидергән. Беренче өч атудан соң очколар суммасы тигез булганга, Фәрит беренче ике атуда Вәлигә караганда күп дигәндә 4 очкога азрак җыйган. Бердәнбер мөмкинлек – Вәли 9 һәм 8, Фәрит 5 һәм 4 очко җыйган. Шулай итеп, Вәли өченче атуда 2 гә, ә Фәрит 10 га тидергән.

3. Өчпочмакның ике биссектрисасы 60° почмак ясап кисешә. Бу өчпочмакның почмакларының берсе 60° икәнлеген исбатлагыз.

Чишү.



Чишү. ABC өчпочмагының AA1 һәм CC1 биссектрисалары I ноктасында кисешсеннәр. ∠AIC1=60° булсын. Өчпочмакның тышкы почмагы турындагы теорема буенча

∠AIC1=∠IAC+∠ICA=(∠BAC+∠BCA)/2, моннан ∠BAC+∠BCA=120° һәм ∠ABC=180°-∠BAC-∠BCA=60°.

Ләкин әле ∠AIC=60° та булырга мөмкин. Ләкин бу вакытта

∠IAC+∠ICA=120° була һәм бу вакытта ∠BAC+∠BCA=240°, ә бу мөмкин түгел.

4. Дию пәрие Убырлы карчыкка кунакка килгәч 3 тавык, 4 каз һәм 2 үрдәк ашаган. Ләкин моннан соң ул Убырлы карчыкның өеннән чыга алмаган, чөнки бик нык юанайган. Ләкин әгәр дә ул 2 тавык, 3 каз һәм 4 үрдәк, яисә 4 тавык, 2 каз һәм 3 үрдәк ашаган булса, ишеккә сыйган булыр иде. Дию пәрие нәрсәдән күбрәк юаная: үрдәк ашагачмы, әллә каз ашагачмы?

Җавап: каз ашагач.

Чишү. Шарт буенча

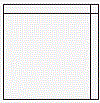
3т+4к+2ү>2т+3к+4ү. Биредән т+к>2ү (\*). Шул ук шарт буенча

3т+4к+2ү>4т+2к+3ү

Биредән 2к>т+ү чыга. Моны (\*) белән кушып, т+3к>т+3ү икәнен табабыз, биредән к>ү икәне чыга.

5. 50х50 үлчәмле шакмакларга бүленгән тактаның һәр шакмагына бер сан язылган. Һәр санның аңа яклары буенча күрше булган барлык саннар суммасыннан 3 тапкыр кечерәк һәм диагональләре буенча күрше булган барлык саннар суммасыннан ике тапкыр кечерәк икәнлеге билгеле. Тактаның һәр шакмагын кызыл яки зәңгәр төскә буйыйлар. Кызыл шакмаклардагы барлык саннар суммасының зәңгәр шакмаклардагы барлык саннар суммасына тигез булырлык итеп буяп булуны исбатлагыз.

Чишү. Шакмакларны шахмат тәртибендә буяу ярашлы икәнен исбатлыйк. Шакмактагы сан һәм аның диагональләр буенча күршеләре суммасы аның яклары буенча күршеләре суммасына тигез икәнен искәртик: ике сумма да бу саннан өч тапкыр зуррак. Шуңа күрә такта почмагындагы 2х2 үлчәмле квадратта кызыл һәм зәңгәр шакмаклардагы саннар суммасы тигез: алар икесе дә тактаның почмак шакмагындагы саннан өч тапкыр зуррак. Шулай ук такта кырыендагы теләсә нинди 3х2 үлчәмле турыпочмаклыктагы кызыл һәм зәҗгәр шакмаклардагы саннар суммасы тигез: алар икесе дә такта кырыендагы урта шакмактагы саннан өч тапкыр зуррак. Ниһаять, 3х3 үлчәмле теләсә нинди квадраттагы кызыл һәм зәңгәр шакмаклардагы саннар суммасы тигез: алар икесе дә квадрат уртасындагы саннан өч тапкыр зуррак.



рәсемдә күрсәтелгәнчә 50х50 квадратны 48х48 һәм 2х2 квадратларга һәм ике 2х48 үлчәмле турыпочмаклыкларга бүлик. 48х48 квадратны 3х3 квадратларга ә 2х48 турыпочмаклыгын такта кырыендагы 3х2 турыпочмаклыкларына бүлик. Бу квадратларның һәркайсында һәм турыпочмаклыкларның һәркайсында кызыл һәм зәңгәр шакмаклардагы саннар суммасы тигез. Димәк, алар бөтен тактада тигез.