**10.1.** Снаряд, выпущенный со скоростью *υ*0 из пушки, стоящей на горизонтальной поверхности, упал на расстоянии *L* от нее (при этом ). Определите возможное время *t* полета снаряда и угол *α* с горизонтальной поверхностью, под которым был выпущен снаряд. Ускорение свободного падения *g*, сопротивлением воздуха пренебречь.

*Решение.*

**Вариант 1**

Воспользуемся формулой расстояния от точки выстрела до точки падения:

; (1)

; (2)

Этому синусу соответствуют как минимальный угол

, (3)

так и максимальный

. (4)

Далее находим время *t* как

 (5)

или, используя (1),

. (6)

Подставляя значения (3) и (4) в уравнение (6), и проводя тригонометрические преобразования, получаем два значения времени полета:

; (6)

. (7)

*Разбалловка*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Критерий** | **Баллы** |
| 1 | Записано уравнение (1) для расстояния от точки выстрела до точки падения | 1 |
| 2 | Записано уравнение (2) для sin 2α. | 1 |
| 3 | Получены решения (3) и (4) для минимального и максимального угла | 2 |
| 4 | Записано уравнение (5) или (6) для зависимости времени полета от угла с горизонталью. | 2 |
| 5 | Получено выражение (6) для *tmin* (можно без тригонометрического преобразования к окончательному ответу) | 2 |
| 6 | Получено выражение (7) для *tmax* (можно без тригонометрического преобразования к окончательному ответу) | 2 |
|  | **Сумма** | **10** |

**Вариант 2**

Пусть *x* – горизонтальная ось, *y* – вертикальная. Запишем уравнения для точки падения снаряда для каждой из осей:

; (1)

. (2)

Выразим из уравнения (2) величину  и подставим в уравнение (1):

;

. (3)

Возведем в квадрат обе части уравнения:

.

Сделав замену , получим квадратное уравнение:

. (4)

Решаем его через половинный дискриминант:

;

. (5)

Минимальному значению времени соответствует знак «минус»:

. (6)

Соответствующий этому времени угол также является минимальным:

. (7)

.

Навесной траектории соответствует максимальное время полета и максимальный угол:

; (8)

. (9)

.

*Разбалловка*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Критерий** | **Баллы** |
| 1 | Записано уравнение (1) для движения по оси *x* | 1 |
| 2 | Записано уравнение (2) для движения по оси *y* | 1 |
| 3 | Записано биквадратное (квадратное) уравнение (4) относительно *t* | 2 |
| 4 | Получено решение (5) квадратного уравнения | 2 |
| 5 | Записано выражение (6) для минимального времени | 1 |
| 6 | Записано выражение (7) для минимального угла | 1 |
| 7 | Записано выражение (8) для максимального времени | 1 |
| 8 | Записано выражение (9) для максимального угла | 1 |
|  | **Сумма** | **10** |